QUELLE MODELISATION DIDACTIQUE DE LA VULGARISATION DES MATHEMATIQUES ?

Nicolas PELAY*– Christian MERCAT*

Résumé – Nous cherchons à caractériser de façon générale une action de diffusion des mathématiques en n'opposant pas enseignement et vulgarisation, mais au contraire en les articulant. En illustrant comment deux dispositifs didactiques très différents sont chacun utilisés dans des contextes variés, nous montrons que les notions d'intention et d'enjeu, de contrat didactique, d'épaisseur didactique sont centraux pour caractériser les points communs et les différences d'une action de diffusion menée dans différents contextes.

Mots-clefs : vulgarisation, diffusion, contrat.

Abstract – We try to characterise in a general manner a mathematics dissemination action, without antagonizing teaching and popularization, but on the contrary, by articulating their links. We illustrate how two very different didactical organizations, which are used in various contexts in different ways, lead us to consider that the notions of intents and stakes, of didactical contracts, of didactical thickness, are central in order to characterise common points and differences between different contexts for the same dissemination action.

Keywords: popularization, dissemination, contract.

INTRODUCTION

Le terme de « vulgarisation scientifique » est défini de façon assez commune comme une forme de diffusion des connaissances qui cherche à mettre un savoir scientifique expert à portée du grand public. Ce terme renvoie de façon plus ou moins explicite à une simplification et une réduction de ce savoir expert pour qu'une partie puisse en être rendue accessible :

> L'expression " vulgarisation de la science " apparaît au XIXe siècle pour désigner le fait de diffuser les connaissances savantes en les mettant à la portée du grand public. Le terme vulgaire, du latin vulgus, concernait jusque-là la foule, qualifiant ce qui est ordinaire, général et commun ; il prend sa tournure péjorative au fur et à mesure que s'affirment les valeurs bourgeoises, pour désigner en contre point les comportements populaires. Dans le même temps, la vulgarisation se substitue progressivement à l'expression de " familiarisation de la science " qui datait, elle, du début du siècle des lumières. Aujourd'hui on préfère parler de " communication scientifique et technique ". Entre ces trois termes se devinent différents rapports que les profanes, le peuple, la société civile peuvent nouer avec la science et la technique. (Rasse, 2002)

Nous nous intéressons à la vulgarisation avec une perspective didactique : quels connaissances et savoirs mathématiques sont transmis, et existe-t-il une spécificité de la vulgarisation par rapport à d'autres formes de diffusion (enseignement, formation, médiation, animation, éducation, etc.) ?

Notre point de vue est le suivant : le terme de vulgarisation renvoie à de multiples formes de diffusion qui dépendent du public visé, des lieux et contextes dans lequel s'effectue la vulgarisation. Dans le contexte actuel d'évolution profonde des rapports aux savoirs dans nos sociétés, nous pensons que les formes de diffusion des mathématiques sont de plus en plus articulées et complémentaires. Il s'agit de comprendre les liens et interactions qui existent entre elles, et de développer des outils conceptuels et théoriques pour caractériser de façon générale une action de diffusion des mathématiques.

Cette thèse provient de l'expérience importante des deux auteurs dans le champ de l'animation et de la vulgarisation scientifique. Nous avons chacun réalisé de nombreuses

* Institut Camille Jordan, Lyon - France – npelay@math.univ-lyon1.fr, christian.mercat@math.univ-lyon1.fr
*

Pelay N., Mercat Ch. (2012) Quelle modélisation didactique de la vulgarisation des mathématiques ?, Actes EMF2012 –Spé4, pp.

actions de diffusion des mathématiques dans des contextes variés, et nous avons constaté que l'animateur modulait l'utilisation d'un même dispositif didactique, en fonction du contexte, des enjeux, de ses objectifs, etc. Nous allons tout d'abord décrire deux dispositifs de diffusion des mathématiques, qui ont le point commun d'avoir été réalisés de nombreuses fois dans des contextes et avec des publics très divers. Cela nous permettra ensuite de donner quelques éléments d'élaboration théorique, en nous appuyant sur des travaux didactiques menés dans le contexte de l'animation scientifique (Sousa do Nascimento, 1999, Godot, 2005, Pelay, 2011).

UNE INGENIERIE DIDACTIQUE ET LUDIQUE « LA SOMME DES 10 CONSÉCUTIFS »

Nous présentons tout d'abord une ingénieire didactique et ludique élaborée et expérimentée dans le cadre des travaux de thèse de Nicolas Pelay (Pelay, 2011)

1. Objectifs et enjeux personnels

Animateur socioculturel et scientifique depuis 2001, je suis particulièrement impliqué dans les séjours de vacances scientifiques. C'est un cadre qui me permet de faire partager mon intérêt et plaisir pour les sciences tout en participant au développement, à l'éducation et à l'épanouissement des enfants.

Je réalise des animations scientifiques dans des colonies thématiques, où la dimension scientifique est présente, mais pas exclusive : les enfants choisissent leurs activités selon leurs préférences parmi des activités scientifiques, artistiques, manuelles, historiques, littéraires, etc. Dans ce type de séjour, les ateliers mathématiques sont peu présents. C'est en faisant ce constat que j'ai souhaité concevoir et animer des ateliers mathématiques en lien avec des théories didactiques dans le but de proposer des activités ludiques et attractives avec de réelles potentialités mathématiques et didactiques. Ce travail s'est réalisé dans le cadre d'une thèse (Pelay, 2011) où j'ai étudié l'articulation entre jeu et apprentissages en contexte d'animation scientifique en séjours de vacances. J'ai ainsi conçu et expérimenté des ingénieries didactiques et ludiques, réalisés à partir de situations didactiques de la théorie des situations (Brousseau, 1998) déjà existantes ou inventées.

2. Description de la « situation des 10 consécutifs »

L'atelier est réalisé à partir de l'adaptation d'une situation didactique conçue par G. Barallobres dans sa thèse (2007)[1]. Elle a initialement été conçue dans le but de construire un milieu pour l'entrée des élèves de la deuxième année de l'enseignement secondaire dans des pratiques algébriques. Il s'agit de faire calculer le plus rapidement possible la somme de 10 nombres consécutifs dont la liste est fournie aux élèves, et dont le premier nombre de la liste augmente. Cette situation se déroule en trois phases : une phase d'appropriation du jeu, une phase de course entre équipe, et une phase de débat. L'objectif est non seulement que les élèves produisent une formule algébrique, mais qu'ils puissent ensuite la justifier.

Cette situation présente de nombreux intérêts pour l'animation scientifique (Pelay, 2011). D'une part, elle contient de nombreuses potentialités mathématiques et didactiques pour développer des connaissances algébriques (liées à l'apparition de la formule) et des connaissances liées à la preuve en mathématiques. Cette situation contient une dimension expérimentale importante, car les enfants trouvent les stratégies gagnantes en repérant des régularités dans les calculs. Nous avons montré expérimentalement que des enfants à partir de

[1] Cette situation a été présentée à EMF 2006.

8 ans pouvaient trouver la stratégie « multiplier le premier nombre par 10 et ajouter 45 » en s'appuyant sur des stratégies liées au point de vue « numération décimale de position ». Il existe en effet deux grands types de stratégies :

- Les stratégies « Successeur » : elles sont basées sur l'écart entre les nombres. Par exemple, chaque nombre peut être exprimé par son écart au 1er nombre. La somme des écarts est donc un nombre fixe (45 lorsque la liste comporte 10 nombres consécutifs). Ces stratégies sont toujours valables lors du passage de la variable didactique de 10 à 8 ou à 12 ; elles sont liées aux connaissances algébriques pour laquelle la situation a originellement été conçue.
- Les stratégies « Numération décimale de position » : elles sont liées au fait que la variable didactique soit fixée à 10 : dans une liste de 10 nombres entiers consécutifs, la liste des chiffres des unités est toujours formée exactement des chiffres de 0 à 9 inclus. Cette propriété n'est plus vérifiée lorsque le nombre d'éléments de la liste est par exemple 8 ou 12.

D'autre part, il existe un ressort ludique dans la situation qui est le moteur de la dévolution : être l'équipe la plus rapide et gagner le jeu. Il est possible de faire coexister jeu et apprentissage dans la phase de course, ce qui la rend adaptable en contexte d'animation. La situation peut être mise sous forme d'une histoire, ce qui la rend adaptable sur des séjours thématiques (piraterie, magie, animaux, etc.). Elle peut aussi s'intégrer à des ateliers mathématiques de durée plus importante.

Figure 1*: Situation des 10 consécutifs menée sur le thème de la magie*

3. Observations dans de nombreux contextes

Cet atelier a été mené plus d'une vingtaine de fois dans différents contextes : séjours de vacances, classes scientifiques[2], classes scolaires, fête de la science. Cette animation est très amusante et plaît beaucoup aux enfants entre 8 et 14 ans dans tous les contextes dans lesquels elle a été menée. Les enfants entrent dans le jeu de la course avec beaucoup de plaisir, développent des stratégies, et parviennent souvent à trouver des stratégies liée à la formule 10X+45. Une fois les stratégies trouvées, l'animateur met en place une phase de débat mathématique investie par les enfants.

L'animateur réalise de nombreux ajustements pour s'adapter à de nombreux paramètres :

[2] Les enfants partent en classe découverte avec leur enseignant en dehors de leur établissement. Ils sont pris en charge par des animateurs scientifiques qui leur proposent des ateliers scientifiques.

- <u>âge et niveau scolaire des enfants</u> : dans la phase de course, l'animateur donne des nombres plus petits aux enfants du primaire qu'aux enfants du collège pour que la durée de calcul ne soit pas trop longue et maintenir la dimension ludique de la course. Dans la phase de débat, l'animateur ne réalise pas les mêmes institutionnalisations. Avec des primaires, la formulation des stratégies et le débat sur leur validité sont centraux. Les enjeux d'écriture de formule algébrique sont peu présents. A l'inverse, chez les collégiens, l'animateur investit les enjeux didactiques liés à la formule 10X+45 lorsqu'elle elle a été formulée les enfants. Il rejoue quand il a le temps la situation en changeant la valeur de variable didactique « nombre d'éléments dans la liste », par exemple en proposant des listes de 8 nombres consécutifs, et institutionnalise des savoirs algébriques.
- <u>Durée de l'animation</u> : Elle n'est pas forcément décidée par l'animateur : entre 1h et 1h15 en séjours de vacances, 45 minutes à la fête de la science (il arrive que les groupes arrivent en retard), deux fois 45 minutes dans les classes scientifiques, 2h dans les classes scolaires. Elle peut aussi prendre place dans une animation de longue durée : dans un séjour mathématique, les ateliers s'étalaient sur 3 séances de 1h15. l'atelier a donc été mis en place pendant 1h30 dans un atelier intitulé « Maths & magie » où les enfants apprenaient aussi à faire des tours de magie liés aux nombres et à l'algèbre.
- <u>Contexte :</u> Dans les classes scientifiques ou à la fête de la science, les ateliers sont menés par l'animateur sous le regard de l'enseignant, et nous avons pu constater que l'animateur a tendance a institutionnaliser davantage qu'en séjour de vacances. La dimension ludique de l'activité, bien que présente, est moins mise en avant qu'en séjour de vacances où il arrive même que l'animateur renonce à des phases de débat et propose l'activité sous une forme purement ludique.

Ces quelques exemples nous montrent que les enjeux et objectifs varient selon le l'animateur, le contexte, les enfants, etc. Il y a dans tous les contextes une volonté de l'animateur de diffuser de nouveaux savoirs et connaissances liés aux mathématiques, mais qui varient et s'expriment différemment dans chacun des cas. On peut le repérer dans le discours de l'animateur qui varie d'un contexte à l'autre : alors qu'en contexte scolaire, le discours est très lié à l'institutionnalisation des savoirs du programme, l'animateur a un discours parfois plus général dans le contexte de la fête de la science : il ne se contente pas d'évoquer les connaissances algébriques de la situation, mais parle aussi de l'algèbre en tant que branche mathématique à part entière, faisant des détours historiques ou évoquant des concepts comme ceux des groupes, corps, anneaux, etc.

L'ATELIER « WEBCAMS MATHÉMATIQUES »

L'atelier « webcams mathélatiques » a été développé par Christian Mercat.

1. Objectifs et enjeux personnels

Je m'intéresse à la place de l'image dans notre société et dans l'activité mathématique. Les jeunes aujourd'hui sont bombardés d'images captivantes et très bien faites, ciselées à grands frais par les professionnels de la communication pour capter leur attention. Les diffuseurs de savoirs doivent faire face à cette concurrence très agressive du marketing, avec des moyens bien inférieurs.

Alors que d'autres sciences comme la physique ou la biologie s'accommodent tout à fait de donner à voir et de vulgariser des concepts avancés qui dépassent de très loin le bagage scientifique du public, les mathématiciens ont des difficultés à véhiculer leur message par le biais d'images, ce qui explique en partie selon moi le manque de visibilité de cette science pourtant centrale dans le grand public. J'avance pour cela l'hypothèse que l'image est souvent considérée comme trompeuse par la plupart des mathématiciens qui considèrent son « témoignage » avec suspicion, comme celui d'une maîtresse volage, muse et amante, mais peu fiable. Ce n'est qu'une fois « mariée » à une théorie formatée que l'image devient formule, diagramme, graphe et s'élève du statut de « béquille honteuse pour la pensée » à celui d'outil formalisé dont l'évidence graphique cesse d'être considérée comme frauduleuse. On peut le constater par l'extrême sécheresse graphique des articles de recherche (et par mimétisme des livres de cours), alors même que les brouillons des mathématiciens foisonnent en général d'inventivité graphique. La preuve n'est quasiment jamais présentée comme un processus d'élaboration mentale du résultat mais comme une vérification syntaxique et logique dépouillée de tout contexte sémantique, induisant une confusion dans l'esprit du public sur la réalité de l'activité mathématique, comprise à tort comme dénuée de toute inventivité, déconnectée de la créativité.

Mon projet de diffusion des mathématiques s'inscrit dans la volonté de donner aux images mathématiques un statut plus conforme à l'importance qu'elles ont implicitement pour les mathématiciens : de véritables jalons mentaux nécessaires à la compréhension et à l'élaboration théorique elle-même. J'ai ainsi développé des webcams mathématiques visant à illustrer diverses notions de mathématiques. Le participant à l'atelier voit son image prise par une caméra vidéo numérique portative (communément appelée « webcam ») et déformée suivant un algorithme qui illustre une notion de mathématiques, dont les paramètres sont contrôlés par l'utilisateur par une formule explicite. Ces notions de mathématiques sont avancées, enseignées à l'université mais ne sont cependant pas à la pointe contemporaine de la recherche, et plutôt associées à des théories du XIXème siècle: équations différentielles, géométrie des surfaces, transformation de Fourier, pavages du plan et analyse complexe. L'idée est de proposer des outils techniques qui permettent de fabriquer, à partir de concepts mathématiques avancés, des images étranges, belles ou amusantes, qui puissent donner un visage à une théorie mathématique.

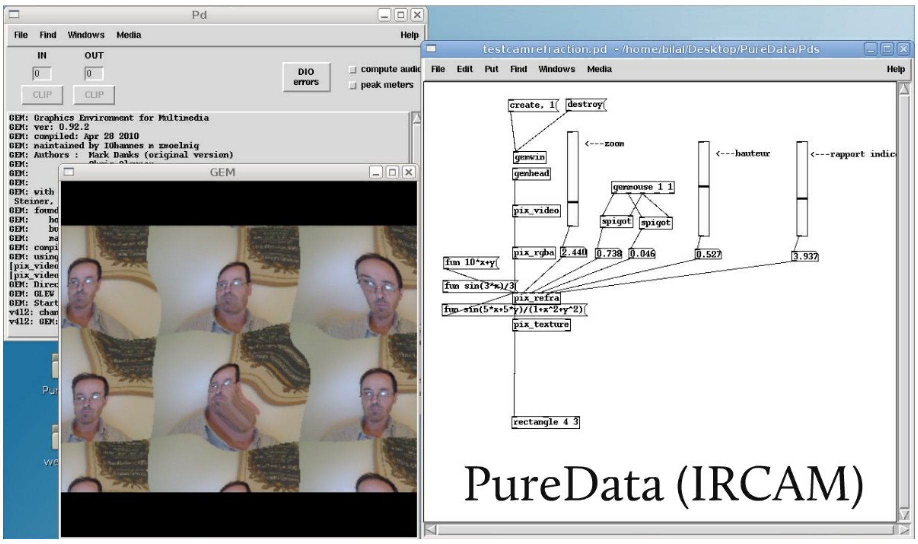

***Figure 2**: La webcam « miroir déformant » dans l'environnement PureData*

2. Description de la webcam conforme[3]

Un point de l'image projetée à l'écran est associé à un nombre complexe z. Une fonction analytique $z \longmapsto f(z)$ est choisie par l'utilisateur, entrée explicitement au clavier ou choisie parmi une liste, les paramètres entrant dans la formule pouvant être manipulés par des ostensifs d'interface utilisateur tels que des ascenseurs ou des points à faire glisser. L'image provenant de la webcam est vue comme pavant le plan complexe *image d'arrivée* de la fonction. Le point de départ z est colorié de la couleur du point d'arrivée $f(z)$. Prenons comme exemple $z \longmapsto z^3$, illustré par la figure ci-contre.

Figure 3*: Un participant à un atelier webcam se met « la tête au cube » $z \longmapsto z^3$*

L'image est, à part au centre, partout reconnaissable comme une déformation locale de l'image de départ, cette déformation étant la composée d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie, c'est-à-dire une **similitude**. Le rapport de cette similitude s'appelle (l'inverse de) la **dérivée** de la fonction f. Le point central est l'origine du repère. Le participant a ici joué à centrer sa bouche de manière à expérimenter visuellement le fait que le cercle unité (sa bouche) est globalement invariant, tout en étant répété trois fois car $(e^{i\theta})^3 = e^{3i\theta}$. On voit que les points 0 (le centre) et ±1 (les joues gauche et droites) sont également invariants, ils sont à la place où une simple image non déformée de la webcam les aurait projetés. Par contre, le menton et le nez sont échangés, ce qui se traduit mathématiquement par l'échange de $+i$ et $-i$. On peut également lire sur l'image, dans la fine tranche de l'axe horizontal qui est la partie réelle de l'image, que la fonction réelle associée $x \longmapsto x^3$ est une fonction croissante car le public est « la tête en haut », ce qui signifie que la dérivée est positive, avec un point d'inflexion à l'origine où le facteur d'échelle devient infini, c'est-à-dire que la dérivée y est nulle. Les monômes de degré différents sont également simples à comprendre, après les translations, homothéties, symétries et similitudes. Puis viennent les polynômes, les pôles, les fractions rationnelles. Ensuite on peut aborder les transformations polaire/rectangulaire à l'aide des fonctions exponentielle et logarithme. Les spirales logarithmiques, auto-similaires, sont particulièrement amusantes visuellement, en lien avec les notions de séries, de singularités essentielles...

[3] Voir aussi http://images.math.cnrs.fr/Applications-conformes.html

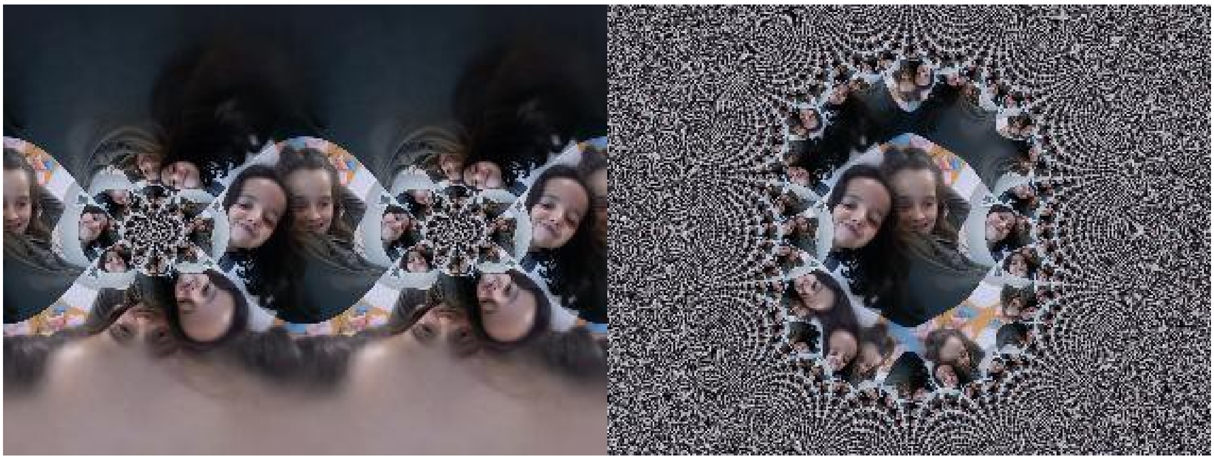

Figure 4*: La comparaison entre la fonction tangente et son développement en série de Taylor permet de rendre visuel la notion de disque de convergence dans lequel la série converge vers la fonction et en dehors duquel elle diverge.*

3. Contextes d'expérimentation

Ces dispositifs ont été utilisés quelques dizaines de fois, dans des contextes de diffusion des mathématiques différents, principalement lors de fêtes de la science, des conférences de vulgarisation et de rencontres avec des artistes, mais également comme outil d'enseignement et lors de conférences scientifiques.

Figure 5*: Des enfants jouent avec des spirales logarithmiques.*

Lors des fêtes de la science, par exemple celles de 2009 et 2010 à Montpellier, des demi-classes de collège ou de lycée étaient inscrites et participaient à l'atelier pendant une demi-heure. L'enseignant est souvent placé à la manipulation du dispositif car l'effet comique du visage déformé de l'enseignant est un ressort ludique appréciable. Quelques tâches lui sont données, comme tenir des cibles rondes ou carrées devant la caméra, bouger des objets etc. Les élèves spectateurs dans le champ de la caméra participent invariablement à l'expérience, en faisant des grimaces, des gestes, en se déplaçant, en étant surpris par ce qui se passe et en contrôlant leur rétroaction pour obtenir l'effet désiré... Souvent, les enseignants commencent par prévenir l'animateur que les élèves n'ont pas vu telle ou telle notion et qu'ils ne vont rien retenir de l'atelier. L'aspect ludique est clairement important ici, montrer que les mathématiques peuvent produire des images belles et amusantes est déjà un objectif en soi. L'injonction didactique est très faible, et la compréhension des notions n'est pas la finalité du dispositif : l'objectif est plutôt la mise en place des mots-clefs associés à ces images, aux processus qui produisent ces images. Nous pouvons constater que certains participants deviennent des « accros » qui ont une réelle soif de maîtriser le phénomène et produire les déformations voulues : ils modifient les équations sur le mode purement expérimental d'essais/erreurs, d'observation empirique.

Le dispositif a également été utilisé en contexte d'enseignement et de recherche, par exemple lors du cours d'Analyse Complexe du Master 1 de l'université Montpellier 2 où la totalité du cours a été illustrée par ce procédé. Les étudiants m'ont par exemple fait le retour que c'était la première fois qu'ils comprenaient *vraiment* telle ou telle notion, par exemple celle du disque de convergence d'une série qui est rendue très explicite visuellement. Dans cette situation, l'outil est utilisé de manière complètement différente, de longues minutes sont passées à explorer une image interactive, non pas en faisant des grimaces, mais en dessinant interactivement des lignes au tableau, en soulignant des zones d'intérêt avec un pointeur, en comptant des nombres de tours en tournant autour d'une singularité, etc. L'instrumentalisation de l'artefact est toute autre.

L’analyse didactique de ce dispositif est maintenant à réaliser pour étayer des hypothèses que nous avons pu élaborer. En particulier, nous pensons que les élèves, à tous les niveaux, retiennent majoritairement une notion comme « la dérivée d'une fonction comme taux d'accroissement ».

PREMIERS ELEMENTS DE REFLEXION THEORIQUE

Dans les animations présentées, nous pouvons constater que des connaissances et savoirs mathématiques sont toujours diffusés, mais que les contextes et institutions ne semblent pas donner à ces connaissances le même poids, la même portée. En contexte scolaire, l’enseignant semble se limiter aux connaissances et savoirs qu’ils souhaitent transmettre et faire un effort pour qu’il y ait bien un apprentissage de la part des élèves ; à l’inverse, l’animateur (à la fête de la science) peut se permettre de « déborder » même s’il sait que cela ne sera pas forcément compris. Il semble certes y avoir une intention de diffuser des connaissances mathématiques, mais aussi l’intention d’en dire et d’en montrer plus pour donner un accès aux savoirs experts et pour susciter l’envie d’aller explorer ces domaines. L’animateur n’est pas placé face aux mêmes enjeux et aux mêmes obligations dans les différentes « institutions » de diffusion dans lesquelles il intervient. Aussi, nous définissons une action de diffusion des mathématiques comme la mise en place d’un *dispositif mathématique* dans un *contexte* donné, par un *acteur de la diffusion* pour un *public donné* avec la *visée de rendre attractives les mathématiques*. Elle se développe autour des *enjeux* et *intentions* de l'animateur, de l'institution dans laquelle il intervient, et du public qui a aussi ses propres attentes. La dimension temporelle joue un rôle important, puisque les enjeux et intentions évoluent, de façon implicite ou explicite, dans le cours des interactions entre les participants et l’animateur.

4. Enjeux et intentions d’une action de diffusion des mathématiques

Sousa Do Nascimento a distingué dans sa thèse (1999) les intentions et enjeux existants dans le mouvement de vulgarisation des sciences :

INTENTIONS	ENJEUX	ROLE DE L’ANIMATEUR
Elucidation	Valeurs (conscientisation, démystification)	Militant
Production	Procédures (règles, normes, techniques de fabrication)	Technicien
Médiation	Culture scientifique et technique	Médiateur

	partagée	
Instruction	Connaissances scientifiques	Instructeur
Loisirs	Plaisir, sensibilisation	Amuseur

Tableau 1 : Les modèles d'analyse de l'animation scientifique

Ce tableau[4] nous permet de mettre en évidence le fait que l'intervenant est amené à endosser différents rôles et à réaliser son activité en menant conjointement différents objectifs. Cet aspect est essentiel, car il vient conforter notre thèse principale selon laquelle une action de diffusion peut être étudiée de façon globale en n'opposant pas vulgarisation et enseignement. L'enjeu d'enseignement est présent dans la dimension appelée « instruction », mais il s'articule avec d'autres enjeux, et il devient ainsi possible de chercher à décrire une action de diffusion dans la façon dont les enjeux s'articulent ou non. Ainsi, en contexte scolaire, il semble très net que l'intention d'enseigner est centrale et prioritaire : elle est même plus qu'une intention puisque l'institution scolaire traditionnelle fait porter à l'enseignant une injonction d'enseigner (Brousseau, 1998). A l'inverse, il existe d'autres institutions éducatives où l'injonction didactique n'est pas présente. Pelay (2011) a montré dans sa thèse avec la situation des 10 consécutifs que dans les séjours de vacances où il expérimentait, les enjeux ludiques pouvaient même prendre le pas sur les enjeux didactiques et s'articulaient de façon importante avec ces derniers. Ceci l'a conduit à introduire le concept de contrat didactique et ludique pour décrire de manière théorique ces articulations.

5. *Un concept émergent : le contrat didactique et ludique*

Comme nous venons de le voir, l'enjeu d'enseignement n'est pas le seul qui existe dans une action de diffusion des mathématiques. Cela conduit à changer la nature des interactions entre l'intervenant et les participants, qui ne peuvent plus être uniquement modélisées par un contrat didactique. Les expérimentations menées en séjour de vacances ont conduit Pelay (2009, 2011) à élaborer le concept de contrat didactique et ludique, pour modéliser les interactions ludiques et didactiques entre les enfants et l'animateur : il a montré comment l'animateur changeait par exemple les règles du jeu ou les variables didactiques pour tenter d'articuler simultanément les enjeux didactiques et ludiques.

Les nombreuses observations empiriques ont montré que, dans le contexte des séjours de vacances, l'animateur n'est pas confronté au paradoxe de la dévolution identifié par Brousseau :

> « Le maître souhaite que l'élève veuille ne tenir la réponse que de lui-même, mais en même temps, il a le devoir social de vouloir que l'élève donne la bonne réponse. Il doit donc communiquer ce savoir sans avoir à le dévoiler, ce qui est incompatible avec une relation contractuelle » (Brousseau, 1998, p. 303)

En effet, les animations ne se déroulent pas suivant cette logique : l'animateur peut avoir une intention d'enseigner et les enfants une intention d'apprendre, mais il n'y a bien souvent aucune obligation d'enseignement. L'animateur n'a pas de contrainte qui le conduise à devoir diffuser des savoirs mathématiques déterminés. Il s'ajuste à l'attitude et aux capacités de son public. En contexte d'animation, la notion d'obligation ou d'« injonction didactique » tend à être remplacée par la notion de libre choix. Le public choisit de participer, et il peut même choisir quand stopper l'activité. On constate ainsi un véritable renversement vis-à-vis du

[4] Ce tableau doit probablement être complété et enrichi, mais ce n'est pas ici l'objet de notre exposé. Par exemple, les enjeux artistiques ou de beauté liés aux mathématiques n'apparaissent pas, alors qu'ils sont très importants, comme le montre les animations réalisées par les webcams mathématiques, et le travail de collaboration avec des artistes.

contrat didactique habituel, puisque la responsabilité didactique est transférée en partie du côté du public : c'est leur volonté et leur désir personnel qui deviennent moteurs.

Nous faisons l'hypothèse que le concept de contrat didactique et ludique est pertinent pour étudier les contextes de diffusion des mathématiques où les enjeux d'enseignement ne sont pas présents et s'articulent avec d'autres enjeux, en particulier ceux de rendre l'activité attractive et plaisante. Cela peut conduire à identifier d'autres logiques de diffusion des mathématiques, avec ses propres paradoxes. Nous pouvons ici donner en exemple celui que nous appelons le paradoxe du libre choix : il est lié au paradoxe de la dévolution. Comme nous venons de le voir, l'animateur n'est pas obligé généralement en contexte d'animation de donner une réponse ou des indications à un problème posé, puisqu'il n'a aucune injonction d'enseigner. Mais on constate très souvent que le public est demandeur d'indications et de réponses de la part de l'animateur. Si l'animateur refuse, il y a le risque que le participant quitte l'activité (il peut aller à un autre stand par exemple dans le cadre de la fête de la science). L'animateur, pour retenir son public, lui donne alors la réponse ou une indication qui lui permet de maintenir la relation qu'il a initiée. On constate aussi un autre type de comportement[5] : l'animateur ne souhaitant pas donner des indications, il introduit un autre enjeu dans la situation en promettant une récompense au participant s'il trouve tout seul la réponse au jeu proposé.

6. *Dispositif didactique et « épaisseur didactique »*

Nous pensons avoir mis en évidence la complexité des actions de diffusion des mathématiques que nous proposons dans différents contextes. Nous proposons ci-dessous un premier essai de modélisation.

Un dispositif didactique en situation de diffusion ou d'animation mathématique est considéré comme un vaste territoire mathématique que l'intervenant peut exploiter différemment en fonction du contexte et de son public, et en s'appuyant sur différents ressorts (didactiques, ludiques, magiques, etc.) : il peut poser des jalons et des étapes, et organiser temporellement son action pour réaliser les enjeux fixés. Une action de diffusion des mathématiques est alors définie comme une trajectoire qui se réalise dans la zone de diffusion permise par le dispositif didactique.

[5] Ce comportement est devenu habituel par exemple à MathALyon. Les chercheurs intervenants dans des écoles viennent avec des règles mathématiques qu'ils peuvent donner aux élèves pour relancer le processus de dévolution, l'enjeu est souvent vécu en groupe et provoque une émulation.

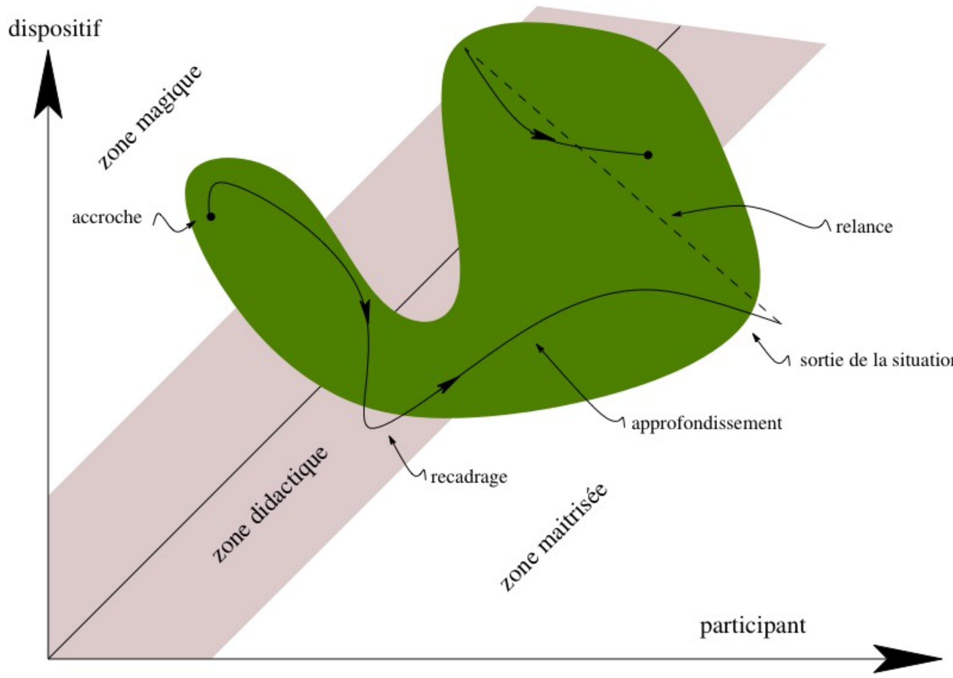

***Figure 6** : Une activité est vue comme une trajectoire individuelle et collective dans l'espace des connaissances et habiletés*

Une action de diffusion transmet des connaissances et savoirs mathématiques qui sont répartis dans les différentes zones en lien avec les connaissances du public. Nous distinguons trois zones :

- la zone magique est la zone où le public n'a aucune prise sur ce dont on lui parle. Il ne peut pas faire de référence à des choses déjà connues. Plus la distance est grande, plus les mathématiques paraissent inaccessibles et en quelque sorte magique pour le public. Le savoir expert est tellement éloigné de celui du public que celui-ci ne peut en avoir un rapport « rationnel ». Nous parlons de « magie » dans le sens où le public n'a aucune prise sur la réalité mathématique qui lui est proposée : elle lui est même invisible, incompréhensible, inaccessible. Les technologies embarquées dans les objets électroniques qui peuplent nos quotidiens (ordinateurs, téléphones, cartes bleues, etc.) sont aujourd'hui très peu accessibles aux citoyens, et nous faisons l'hypothèse que le retour au magique (cf. par exemple le succès de « Harry Potter ») n'est pas sans lien avec cette déconnection des sciences du grand public.
- la zone maîtrisée est la zone où le public a une certaine maîtrise du contenu mathématique. Les connaissances mathématiques évoquées ont du sens, et il peut se « raccrocher » à des choses connues. Il peut toujours y avoir des approfondissements dans cette zone.
- la zone didactique est la zone où une compréhension et un approfondissement est possible autour d'une notion, d'un théorème, d'une technique, etc.

Dans la figure 6, nous représentons horizontalement les connaissances de l'apprenant, et verticalement les savoirs portés par le dispositif. Une seule dimension de savoirs est ici présentée mais une situation riche articule en générale plusieurs dimensions : elle peut par exemple consolider des compétences calculatoires acquises tout en ouvrant à la construction de compétences de raisonnement non encore maîtrisées.

Ce qui nous paraît aussi central dans les deux animations présentées, c'est qu'elles s'appuient toutes les deux sur un dispositif qui est utilisé différemment selon le contexte, les enjeux, le niveau mathématique des participants, etc. Si cela est possible, c'est parce que le dispositif semble présenter un potentiel mathématique et didactique que l'animateur peut exploiter différemment selon le contexte. Nous introduisons la notion d'épaisseur didactique d'une action de diffusion des mathématiques pour décrire sa capacité à diffuser plus ou moins de connaissances mathématiques à un public plus ou moins important. Cette notion d'épaisseur didactique nous semble particulièrement présente dans les activités menées par le groupe Math-A-Modeler : les situations de recherche pour la classe (SIRC) qu'ils conçoivent leur permettent d'intervenir dans des contextes très diversifiés avec des enjeux didactiques pour tout niveau mathématique : la même situation peut être proposée à des enfants de primaire, à des étudiants de master en mathématiques, et à des chercheurs en mathématiques (Grenier & Payan, 2003).

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans les deux dispositifs présentés, vulgarisation et enseignement ne semblent pas s'opposer mais au contraire s'articuler selon les contextes : il s'agit de donner à percevoir de nouveaux horizons mathématiques liés à la recherche en cohérence avec des connaissances et savoirs déjà présentes, accessibles ou enseignables au public. Nous avons tenté de montrer qu'il existe souvent une dimension d'instruction possible dans une action de diffusion des mathématiques : néanmoins, la dimension didactique n'est pas forcément prioritaire et s'articule avec d'autres enjeux. Nous faisons l'hypothèse qu'il est possible de chercher à catégoriser les différentes actions de diffusion, selon la part respective donnée aux différents enjeux. Chaque institution possède des spécificités qui peuvent être mises en évidence par contraste les unes par rapport aux autres. Ainsi, une action d'enseignement ne pourrait-elle pas se définir pas comme une action de diffusion des mathématiques où les intentions didactiques sont prioritaires sur tous les autres enjeux ? Par « contraposée », une action de vulgarisation ne se définit-elle pas comme une action de diffusion où d'autres enjeux prennent le pas sur les intentions didactiques ?

REFERENCES

Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

Godot K. (2005) Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation, Thèse de l'Université Joseph Fourier - Grenoble 1.

Grenier D. et Payan, C. (2003) Situation de recherche en classe : essai de caractérisation et proposition de modélisation, Durand-Guerrier V. & Tisseron C. (eds) *Actes du séminaire national de recherche en didactique des mathématiques,* Paris : ARDM - IREM Paris 7-DIDIREM.

Pelay N. (2009) Vers le concept de contrat didactique et ludique, *Actes de la 15ème école d'été de didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand.

Pelay N. (2011) Jeu et apprentissages mathématiques, Elaboration du concept de contrat didactique et ludique en contexte d'animation scientifique. Thèse de l'université Lyon I.

Rasse J. (2002) La médiation scientifique et technique, entre vulgarisation et espace public. *Quaderni* n°46, 73-94.

Sousa Do Nascimento S. (1999) L'animation scientifique : essai d'objectivation de la pratique des associations de culture scientifique et de techniques françaises, Thèse de l'université Paris VI.